As implicações dos erros conceituais na aprendizagem da matemática

Dr. MSc. Edjair José C. De Souza[1]

Resumo: *Este artigo trata das implicações dos erros conceituais no ensino da matemática, focando principalmente o seu aspecto genealógico, utilizado as suas características peculiares, onde todo trabalho que se desenvolve está diretamente ligado a filosofia e história da Matemática, Psicologia, Pedagogia e a própria Matemática. Desta forma, procura esclarecer algumas dificuldades de aprendizagens especificando as suas particularidades. Propõem meios de investigação, oferecendo informações pertinentes a cerca da metodologia utilizada em sala de aula, destacando principalmente a forma que o aluno aprende, e a forma como o professor ensina. Viabiliza que é importante o uso de uma prática pedagógica mais eficaz, ao qual o professor deve procurar ao máximo diversificar o exercício didático, de forma que este possa atingir a todos os discentes, de forma que a sua metodologia possa significar a ponte entre as dificuldades mencionadas e a aprendizagem. Dessa forma, procura-se amenizar as dificuldades existentes nos discentes de forma onde os mesmos possam utilizar os seus próprios erros como uma ferramenta de aprendizagem.*
Palavras-chave*: Conceitos, erros, Matemática; metodologia e ensino aprendizagem.*

Abstract: *This article addresses the implications of misconceptions in teaching mathematics, focusing primarily on their appearance pedigree used its peculiar characteristics, where all the work that develops is directly related to philosophy and history of mathematics, psychology, pedagogy and mathematics itself. Thus, attempts to clarify some difficulties in specifying learning its peculiarities. Proposed means of research, providing relevant information about the methodology used in the classroom, particularly focusing on how the student learns, and how the teacher teaches. Delivers*

---

1. Universidad Autónoma de Asunción. Parguay.
Recepción: 08/02/2011, Aprobación: 11/03/2011.

what is important to use a more effective teaching practice, where the teacher should seek to diversify the most didactic exercise, so that it can reach all students, so that its methodology may mean a bridge between the difficulties mentioned and learning. Thus, we seek to alleviate the difficulties of students in the form where they can use their own mistakes as a learning tool.
***Keywords**: Concepts, mistakes, math, teaching methodology and learning.*

1. INTRODUÇÃO

Um dos grandes conflitos no ensino de matemática nas séries iniciais, deve-se ao fato de que são priorizados procedimentos, regras e fórmulas, em que a prática do conteúdo relacionado ao seu conceito é desprezada. O conceito de número precisa ser entendido na sua concepção construtivista, pois, do ponto de vista de Bicudo (2005, p. 61) "ausência ou dificuldade com a noção de número impedem a compreensão das relações numéricas, da mesma forma que seu domínio as facilita". Portanto, faz-se necessário a apropriação por esse conceito para que o aluno tenha domínio das operações matemáticas.

A noção de número está relacionada a dois importantes conceitos, ordem e inclusão hierárquica; logo, o que poderia facilitar a sua compreensão seria desenvolver atividades, envolvendo ordem, classificação, séries e sequências; atividades relacionadas a noções ligadas a conjuntos, e não, por exemplo, insistir em diferenciar número de numeral. Segundo Bicudo (2005, p. 19) "é muito grande a quantidade de crianças que confundem o numeral com o número em si, ou seja, a representação com a idéia". Porém, o que pode minimizar essa problemática são atividades concretas com o manuseio de certas operações que propiciam a compreensão desse conflito.

Outro problema é diferenciar os diversos sistemas de numeração e entender que o sistema decimal é posicional, ou seja, um algarismo pode assumir um determinado valor, dependendo da posição que ele ocupe. No que se refere ao sistema de operações, no caso da adição[2], não há sérios problemas de aprendizagem, uma vez que essa operação é muito natural no cotidiano do indivíduo. Dessa forma, faz-se necessário entender que a adição é uma operação linear formada apenas por uma dimensão.

Nenhuma das duas formas anteriores acontece com a subtração, pois segundo a teoria piagetiana, isso se deve ao fato de que o raciocínio da criança se concentra em aspectos positivos da ação, percepção e cognição, pois para a criança, tirar significa uma ação negativa. Além disso, porque envolve idéias bastante diferentes entre si, como tirar, comparar, completar. Sendo assim, é importante na subtração falar antes de qualquer coisa trabalhar transformações.

No ensino-aprendizagem da multiplicação[3], esse pode auxiliar o aluno a resolver inúmeros problemas de contagem e não somente se resumir ao fato de que a multiplicação é uma adição de parcelas iguais. Nesse caso, é imprescindível entender que essa operação é formada por duas dimensões, geometricamente falando, existe sempre uma relação das dimensões com a sua área.

No ensino da divisão, também ocorrem inúmeros problemas de aprendizagem, entendemos que uma das suas causas deve-se ao fato da forma como esse conteúdo é trabalhado. Muitas vezes o docente limita a utilidade abrangente dessa operação, utilizando apenas a relação que a divisão tem com a subtração,

---

[2] A adição, que corresponde à reunião aritmética das partes em um mesmo todo, compõe-se com subtração, construção reversível e assim afirma-se em termos operatórios.

[3] A multiplicação aritmética, sendo uma distribuição equitativa, tal que em n x m tem-se n coleções de m termos ou m coleções de n termos correspondentes entre si de forma biunívoca, a adição A1 + A2 = 2A constitui uma multiplicação, onde a coleção a1 é duplicada pela outra coleção a2 que lhe corresponde biunívoca e reciprocamente. Disto decorre a divisão aritmética 2a: 2 = a.

acarretando dificuldades de compreensão pelos alunos. Assim como as outras operações, a divisão também requer o domínio das transformações numéricas, geometricamente dividir significa encontrar a medida do lado. Por fim, a resolução de problemas também não fica atrás, pois se o processo de leitura fosse trabalhado dentro do ensino de matemática relacionado a termos específicos, possivelmente o nível de compreensão na hora de resolver uma situação problema seria outro.

Segundo Pinto, “o erro é um conhecimento; ele mostra o caminho do acerto que já está ali implícito” (2000, p.12). Visto dessa forma, o erro pode contribuir para o desenvolvimento cognitivo e intelectual dos alunos e direcionar as práticas pedagógicas ao objetivo principal, que é a aprendizagem.

Alguns desses equívocos ainda são freqüentes na prática diária de vários professores, como por exemplo: o produto de dois números é maior do que cada um dos fatores e, se dividirmos o número “A” por um número “B”, sendo “A” maior que “B”, o quociente é sempre um número menor, porém, as crianças encontrarão dificuldades na hora de multiplicar ou dividir por números inferiores a unidade. Esse equívoco não só ocorrem nas séries iniciais, como também nas avançadas. Observamos que em muitos livros didáticos são recorrentes, e não mostram, de forma coerente, certas operações matemáticas. Por exemplo, a maioria dos livros mostra que a tan = $\frac{sen}{cos}$, como se existisse apenas circunferências de r = 1, porém, o correto seria tan = $\frac{r.sen}{cos}$, isso seria a sua forma genérica pois assim como não existe apenas a base 10, é evidente que o mesmo ocorre com as circunferências de raio diferente de 1. Esse fato ocorre também com a expressão $Sen^2 + cos^2 = 1$, que, no nosso entendimento seria outra forma limitada de colocar o aluno frente ao objeto de estudo, pois, o correto seria $Sen^2 + cos^2 = r^{2.}$ Portanto, são inúmeros os casos que podaríamos citar sobre o emprego limitado de um grande número de conteúdos matemáticos.

Portanto, diante do que foi exposto anteriormente, o nosso problema de pesquisa parte do seguinte pressuposto: **O Conceito baseado no senso comum tem dado margem para que erros conceituais transformem-se em erros procedimentais. Tais erros têm de certa forma dificultado o desenvolvimento cognitivo e intelectual dos alunos?**

As nossas hipóteses se baseiam no fato de que os erros cometidos pelos alunos não são apenas uma questão do não saber fazer, e sim dos procedimentos herdados de uma prática restrita, limitada, sem conexão, com conteúdos descontextualizados de situações-problema, resumindo-se, em grande parte, à assimilação de fórmulas e técnicas respaldadas em repetição e memorização, não havendo oportunidades que estimulem o aluno ao pensamento crítico-analítico ou raciocínio lógico. Portanto, uma mudança do paradigma metodológico no ensino de Matemática seria uma iniciativa relevante em prol de uma aprendizagem mais significativa. Este trabalho está dividido em seis partes: Introdução, fundamentação teórica, estratégia metodológica, análises e resultados, considerações finais e referências.

Como objetivo, buscamos descrever diversos conflitos, paradoxos e controvérsias, detectados no ensino-aprendizagem da matemática do ensino fundamental até o ensino superior, viabilizando um vínculo entre a prática docente e o desenvolvimento cognitivo do aluno.

Quanto à metodologia, serão descritos os aspectos utilizados na pesquisas, bem como, o perfil do aluno, professor e escola, sujeitos envolvidos na pesquisa.

Nas análises e resultados, discutiremos algumas caracterizações que encontramos na literatura consultada, dessa forma, foram apresentados dados que mostram a reincidência de sucessivos erros na progressão escolar dos atores envolvidos na pesquisa, que foram analisados e discutidos.

Finalizaremos com uma apresentação de alguns indicativos de futuro, a fim de poder subsidiar os docentes que atuam na área da Matemática. Sendo assim, são evidenciadas as obras consultadas que serviram de apoio didático à construção dessa pesquisa.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 UMA VISÃO GERAL SOBRE AS DIFICULDADES VIVENCIADAS PELOS ALUNOS DENTRO E FORA DO AMBIENTE ESCOLAR

As dificuldades em trabalhar com números racionais têm sido um dos grandes desafios no ensino de matemática nas séries iniciais, bem como na 5ª série. Tais dificuldades se apresentam nas duas formas de representação dos números racionais: a fracionária e a decimal. Na forma fracionária, a maioria dos erros é cometido na adição e subtração de frações com denominadores diferentes, por exemplo, o aluno soma ou subtrai os numeradores repetindo a mesma operação com relação aos denominadores. Acreditamos que esse fato ocorre, porque alguns professores insistem em que o aluno calcule o mínimo múltiplo comum (m.m.c.), como se essa fosse a única forma de resolver esse tipo de operação. É notório que existem outros meios, aliás, não seria nem necessário o cálculo do m.m.c. pois o aluno poderia multiplicar os denominadores e depois de efetuar as operações convenientes a esse tipo de situação simplificaria o resultado, dessa forma chegaria ao mesmo resultado, e ainda criaria no aluno um hábito de se preocupar com a simplificação.

Já na forma decimal, os erros acontecem na hora de deslocar a vírgula, logo, a divisão de números decimais é o conteúdo que apresenta um grande número de erros, visto que isso acontece na hora de eliminar a vírgula. Já no caso da 6ª série, os erros mais frequentes estão na adição de números inteiros, principalmente quando se refere ao jogo de sinal. Vejamos o seguinte exemplo: - 7 – 3 = + 10, o aluno conflituosamente, paradoxalmente e controvertidamente acha que nesse caso - com - da +, como é dito por alguns professores.

Na resolução de equação do 1° grau, também há muitos erros, principalmente na hora de inverter a operação, pois escuta-se muito o professor dizer que ao trocar um número ou uma letra de membro, troca-se o sinal. Porém, não é o sinal que deve ser trocado, e sim a operação é que deve ser invertida, pois igualdade representa acima de tudo, equilíbrio.

No caso da 7ª série, muitos erros são cometidos pela dificuldade que o aluno tem de trabalhar com as letras, comumente chamadas de variáveis[4], pois todo trabalho que é feito nas séries anteriores, a álgebra nessa etapa chega como se

[4] Para Usisky, o próprio conceito de variável é multiface, a redução de álgebra ao estudo das variáveis não responde a pergunta 'O que é a álgebra da escola média?'. Consideremos as seguintes equações, todas com a mesma forma – o produto de dois números é igual a um terceiro: 1. A = b. h; 2. 40 = 50x; 3. Senx = = cós x. tg x; 4. 1 = n. (1/n); 5. Y = kx. Cada uma delas tem um caráter diferente. Comumente chamamos (1) de fórmula, (2) de equação (ou sentença aberta), (3) de identidade, (4) propriedade e (5) de equação de uma função que traduz uma proporcionalidade direta (não é para resolver). Esses nomes diversos refletem os diferentes usos dados à idéia de variável. Em (1), A, b e h representam a área, a base e a altura e têm caráter de coisa conhecida. Em (2) tendemos a pensar em x como uma incógnita. Em (3), x é o argumento de uma função. A equação (4), ao contrário das outras, generaliza um modelo aritmético e n identifica um exemplo do modelo. Em (5), x é mais uma vez o argumento de uma função, y o valor e k uma constante (ou parâmetro, dependendo de como é usada). Somente em (5) há o caráter de 'variabilidade', do qual resulta o termo variável. Mesmo assim, tal caráter não estará presente se imaginarmos aquela equação como a representação analítica de uma reta de inclinação k, passando pela origem.

fosse uma novidade, diferenciada das demais séries. Segundo Booth (1995), uma das grandes dificuldades no ensino da álgebra é o fato de identificar os erros e descobrir as suas razões. Portanto, na visão do aluno, o foco dessas expressões envolvendo uma série de questões, tais como, a falta de habilidade em lidar com as variáveis, tem dificultado a aprendizagem desse conteúdo; Já do ponto de vista do docente, desvendar certas conjecturas falsas, bem como, a lógica utilizada pelo aluno nessas construções, seria pertinente no processo de construção de algumas operações algébricas.

Para Hart (*apud* Usiskin 1995, p. 10) "o uso de letras[5] para representar números é a principal característica da álgebra". Muitos docentes afirmam que geralmente as letras ocupam os lugares de valores numéricos desconhecidos, no entanto, entendemos que essa é mais uma forma de limitar a compreensão dos discentes. Podemos também fazer interagir o conhecimento algébrico com o geométrico, pois observar a álgebra no campo da geometria é um pensamento que favorece ao entendimento da álgebra, uma vez que os pontos também são representados por letras, isso também ocorre em outros campos.

Para Usiskin (1995, p. 54)

> hoje em dia programas algébricos para computadores, como o ***MACSYMA*** e ***muMath*** (ver PAVELLE, ROTHSTEIN e FICTCH [1981]), operam com letras sem a necessidade de referência a valores numéricos. Isto é,

[5] Os alunos também tendem a acreditar que uma variável é sempre uma letra. Essa visão é corroborada por muitos professores, pois, $3 + x = 7$ e $3 + \Delta = 7$ são em geral consideradas coisas da álgebra, ao passo que 3 + _____ = 7 e 3 +? = 7 não, embora o traço e o ponto de interrogação sejam, na medida em que se deseja resolver uma equação, equivalentes ao x e ao Δ. Em suma, as variáveis comportam muitas definições, conotações e símbolos. Tentar enquadrar a idéia de variável numa única concepção implica uma super simplificação que, por sua vez, distorce os objetos da álgebra.

Rev. Int. Investig. Cienc. Soc.
ISSN 2225-5117. Vol. 6 nº1, julio 2010. pág. 119-144.

> hoje os computadores podem operar tal como fazem usuários de álgebra, experientes ou não, manipulando variáveis cegamente, sem necessidade de saber o que elas representam ou de se preocupar com isso. Muitos alunos acham que todas as variáveis são letras que representam números. Contudo, os valores assumidos por uma variável nem sempre são números, mesmo na matemática do ensino básico. Na geometria, as variáveis muitas vezes representam pontos, como se vê no uso de A, B, e C, quando escrevemos 'se AB = BC, então ΔABC é isósceles'.

Dessa forma, se o aluno não tem o domínio das operações numéricas, possivelmente terá problema com a álgebra. A passagem do campo aritmético para o campo algébrico tem gerado um grande conflito, principalmente no que se refere ao uso dos sinais: +, - e =; sobretudo pela noção que aluno traz de fechamento, ou seja, algo só está resolvido quando chega a um resultado numérico.

Na 8ª série, grande parte dos erros são cometidos na resolução de equação de 2° grau, uma vez que há um exagero na aplicação de regras algorítmicas em detrimento de aplicações mais generalizáveis. É nessa etapa que o aluno se depara com as funções, em que esse conteúdo é resultado de uma série de dificuldades encontradas na resolução de atividades relacionadas ao tema.

2.2 A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO NUMA PERSPECTIVA CONCEITUAL DA MATEMÁTICA A PARTIR DA SUA REVOLUÇÃO HISTÓRICA

A necessidade de sobreviver vencendo obstáculos impulsionou o indivíduo a construir estratégias que o levasse a se adaptar e a buscar resposta para as suas indagações. A edificação dos números emergiu como ferramenta dessa adaptação, pois, a sua gênese contribuiu para organizar atividades, que na época, serviam de base para o desenvolvimento de atividade vital ao ser humano como estratégias militares, em que o homem procurava saber qual das tribos era mais numerosa, criação de rebanhos, uso do calendário auxiliando as atividades agrícolas e viabilizando o desenvolvimento comercial da época.

Dessa forma, afirma Cyrino (2006, op.cit. p. 09),

> Certamente, perguntamo-nos em que momento o homem começou a desenvolver a matemática. Tudo nos leva a crer que a matemática surgiu na vida do homem a partir das necessidades em seu cotidiano desde a época em que ele lutava pela sobrevivência da espécie.

Portanto, seria impertinente a preocupação com a origem e a construção da Matemática sem o entendimento de questões relacionadas a mundo empírico em que essa construção fosse totalmente desvinculado de tais edificações.

Para D`Ambrosio (2008, p. 22), “o que chamamos Matemática é uma resposta à busca de sobrevivência e de transcendência, acumulada e transmitida ao longo de gerações, desde a pré-história”. A concepção de construção da Matemática atual vista por leigo e especialista conota a existência de duas polaridades: o abstrato e o material. No entanto, apesar de todas as constatações que vimos, ainda perdura a concepção platônica sobre a idéia da Matemática. Compreender a sua história é importante para buscar respostas que auxilie na construção de uma proposta mais pragmática, mais próxima da sua materialidade.

O ensino atual dessa disciplina não tem dado margem à desconstrução do estigma de algo intricado, pois, a Matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, gabinete fechado, onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o sol, nem os clamores dos homens (CARAÇA, 1975, p. 13, *apud* BICUDO, p. 25). Assim, o seu significado hoje se relaciona como sinônimo de dificuldade, dando-lhe status de uma ciência superior, com um grau de abstração que perpassa o concreto em uma dimensão muito ampliada.

2.3 **A COMPREENSÃO DO DISCURSO: O ERRO COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA**

O erro é algo que está intrínseco nas relações conceituais, não no próprio conceito, e sim na forma em que este é disposto e entendido pelo observador. No dizer de Oliveira (*et al*, 2009, p. 73) “o ato de aprender por parte do aluno, está relacionado com fatores internos, seu estado psicológico, e fatores externos, o meio social e os objetivos do Estado vinculados aos propósitos traduzidos em práticas reais”. Mais uma vez voltando ao passado, podemos observar que a cultura desempenhou um papel importante na formação do homem contemporâneo.

As evidências culturais são traços fortes na constituição do perfil humano, não apenas nas questões físicas, mas também no processo cognitivo e intelectual. Hoje as relações estabelecidas entre professores e alunos estão muito ligadas à compreensão de um discurso carregado de interpretações subjetivas, sem a preocupação de serem analisadas em conjunto, num plano mais palpável.

Em Bicudo (2005, p. 14) vamos encontrar o seguinte esclarecimento:

> O ensino restrito às atividades verbais ou com o papel e lápis é discriminador, apesar de aparentemente dispensar

> o mesmo tratamento didático a todos os alunos. Este ensino, ao mesmo tempo em que se apóia em certas noções, as ignora. Resta saber como propiciar sua elaboração.

Pensar em uma mudança significativa na escola é muito mais que implantar meios técnicos para a transformação das práticas docentes. A consolidação de didáticas pautadas na tecnologia não irá garantir que a escola cumpra seu papel. Uma educação tecnizada não nos aproxima da evolução almejada ou torna nossas escolas mais eficientes.

Segundo Fino (2001), a tecnologia só será ferramenta de inovação pedagógica a partir do momento em que permita fazer coisas diferentes, quando abrir portas para territórios inesperados, que podem muito bem não ter nada que ver, sequer, com o currículo ou com a escola.

É muito comum em sala de professores observar que sempre tem alguém preenchendo o diário, dificilmente encontramos alguém lendo um livro. O docente tem que procurar ser um observador do mundo e de si próprio.

Para Bardin (2000, p. 74) “mensagem obscura que exige uma interpretação, mensagem com um duplo sentido cuja significação profunda (a que importa aqui) só pode surgir, depois de uma observação cuidada ou de uma intuição carismática”. Então, analisar o que vai ser dito e como deverá ser dito é imprescindível. Na visão de Arroyo (2000.), a docência repetitiva de saberes fechados não estimula a pesquisa, nem a leitura e o embate, e torna-se um dos processos mais desqualificadores.

A preocupação com os erros no ensino da matemática está relacionada à busca de um elemento genérico que pudesse dar a psicologia o status de ciência. Assim o comportamentalismo, através de Thorndike (1874-1949) e Pavlov (1849-1936), no final do século XIX, deu um grande salto, no que se refere à aprendizagem.

Robert Thorndike (1874-1949) também influenciou os estudos sobre a avaliação da aprendizagem. Ele utilizou testes e medidas educacionais, que mais tarde deram início aos testes padronizados usados para medir as aptidões dos alunos em aritmética, escrita, soletração, desenho, leitura e linguística. Esses procedimentos ganharam grande destaque nos Estados Unidos nas duas primeiras décadas do século passado.

Também destacamos que um grande progresso sobre o estudo do erro no ensino da matemática foi evidenciado na década de 80. Falar de erro sem mencionar a pesquisadora Raffaella Borasi é deixar uma lacuna sobre essa questão pois a ilustre pesquisadora acredita que o foco da aprendizagem estaria no processo, sendo inútil priorizar o produto final para a construção da aprendizagem em detrimento aos procedimentos.

Borasi (1985) considera o erro como um trampolim para a aprendizagem. A autora defende que o professor deveria estar atento as estratégias utilizadas pelos alunos, seria importante entender a construção das hipóteses construídas pelos discentes, pois estas sinalizavam um conhecimento em construção.

3. METODOLOGIA

Neste capítulo apresentaremos o desenho metodológico que traçamos para a realização deste estudo. Em um primeiro momento retomaremos o objetivo do estudo e situaremos os sujeitos que participaram de sua realização. Num segundo momento, enfocaremos a ferramenta de construção de dados utilizada. Em seguida refletiremos sobre as características do estudo e a nossa opção em relação à abordagem investigativa, situando todos os elementos nele envolvidos. Por fim, elencaremos as etapas de realização do mesmo.

3.1 OBJETIVO E SUJEITOS PARTICIPANTES

Como já discutimos, o objetivo desse estudo buscamos descrever diversos conflitos, paradoxos e controvérsias, detectados no ensino-aprendizagem da matemática do ensino fundamental até o ensino superior, viabilizando um vínculo entre a prática docente e o desenvolvimento cognitivo do aluno.

Participaram do estudo duzentos alunos da Rede Pública e privada de Ensino das cidades de Chã de Alegria, Pombos e Vitória de Santo Antão, sendo três escolas estaduais e um núcleo de Educação Superior em pedagogia, ao qual funciona um curso de pedagogia, totalizando um totalizando 1200 alunos Dentre os quais, de forma elevatória selecionamos 100 alunos do Ensino Fundamental, 75 do ensino médio e 25 do Ensino Superior, especificamente o 2º período do curso de Pedagogia. A faixa etária varia entre os onze anos (Ensino Fundamental) e entre os quarenta anos (Ensino Superior). Também foram selecionado também de forma aleatória 30 professores entre um total de 420 docentes das mesmas Escolas, as quais, selecionamos os alunos.
.

3.2 CONSTRUÇÃO DOS DADOS

Para desenvolver este trabalho, realizamos uma aplicação de questionários, bem como observações estruturadas com intuito de comparar as produções contidas nos questionários com as interações construídas entre professor e aluno na sala de aula.

Rev. Int. Investig. Cienc. Soc.
ISSN 2225-5117. Vol. 6 nº1, julio 2010. pág. 119-144.

3.3 CARACTERIZAÇÃO DO ESTUDO

O caminho utilizado foi escolhido de acordo com o tema definido, o qual já anuncia uma investigação metodológica. A análise de erros além de ser uma metodologia de ensino é também uma abordagem de pesquisa (BORASI, 1996, CURY 2007). Assim, são descritos diversos conceitos bastante limitados, apontando para a existência de um ensino repleto de conflitos, paradoxos e controvérsias. Dessa problemática, foi feita uma análise da relação da questão conceitual com o conhecimento procedimental, além de analisar as implicações dos erros conceituais, viabilizando estabelecer um vínculo entre a prática docente e o desenvolvimento cognitivo do aluno.

Portanto, procuramos fazer uma análise textual discursiva, em que esse tipo de pesquisa tem cada vez mais se utilizado, seja partindo de textos já existentes, seja produzindo o material de análise a partir de entrevistas e observações.

3.4 ETAPAS DA INVESTIGAÇÃO

Foram organizados pela pesquisa quadro de valores, gráficos e quadro de diagnóstico de erros cometidos pelos discentes, cujos indicadores apontaram um padrão no modo operante desses alunos. Os erros analisados foram divididos em categorias: tipos de erros mais comuns e a origem desses erros. Então, procuramos confrontar a forma como o aluno acha que aprende com a maneira como o professor ensina, comparando com a forma como o aluno resolve as situações problemas.

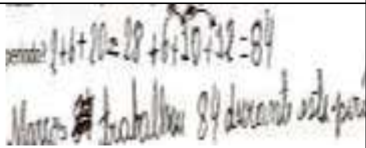
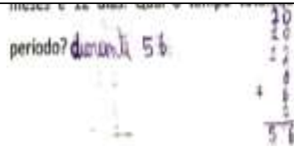
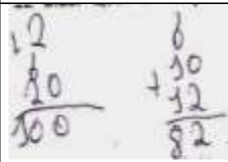
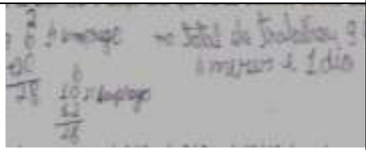
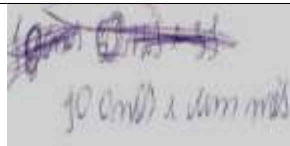
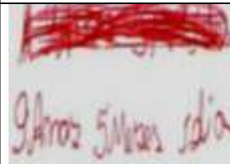
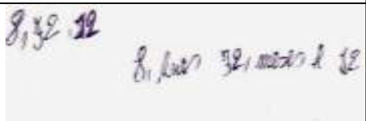
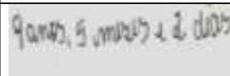
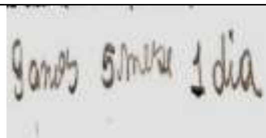
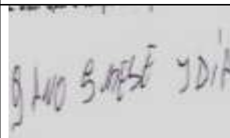
Para análise dos dados, apresentamos quadros de diagnósticos com uma amostra de 3 alunos de cada série pesquisada. Procuramos detectar se há reincidência nos erros cometidos pelos alunos, portanto fizemos uma comparação com os discentes da 5ª série do ensino fundamental com os estudantes de nível mais avançados.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

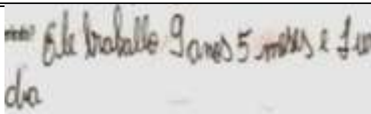
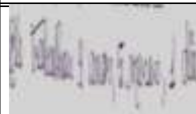
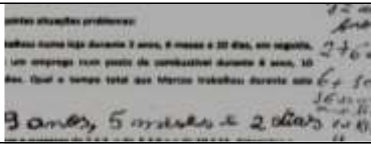
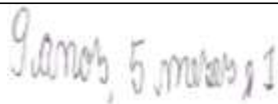
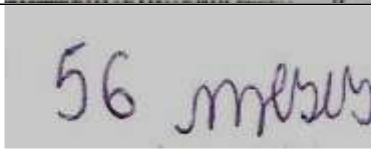
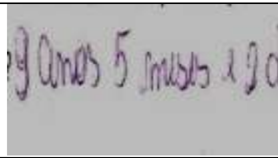
Situação problema I: Marcos trabalhou numa loja durante 2 anos, 6 meses e 20 dias, em seguida, ele conseguiu um emprego num posto de combustível durante 6 anos, 10 meses e 12 dias. Qual o tempo total que Marcos trabalhou durante este período?

Rev. Int. Investig. Cienc. Soc.
ISSN 2225-5117. Vol. 6 nº1, julio 2010. pág. 119-144.

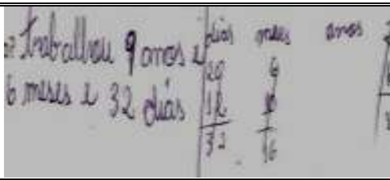
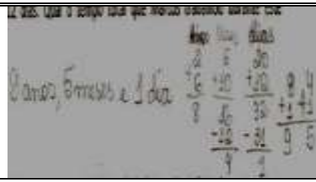
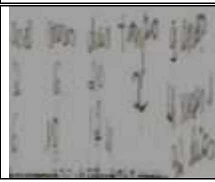
Quadro 1. Diagnóstico dos erros dos alunos do ensino fundamental.

Série	Solução Aluno a	Solução Aluno b	Solução Aluno c	Tipo de erro
5ª E.F.				Incompreensão do conceito de agrupamentos e trocas. Operações fund. incorretas.
6ª E.F.				Incompreensão do conceito de agrupamentos e trocas. Operações fund. incorretas.
7ª E.F.				Incompreensão do conceito de grupamentos e trocas.
8ª E.F.				Incompreensão do conceito de agrupamentos e trocas. Operações fund. incorretas.

Quadro 2. Diagnóstico dos erros dos alunos do ensino Médio.

Série	Solução Aluno a	Solução Aluno b	Solução Aluno c	Tipo de erro
1ª E.M.				Incompreensão do conceito de agrupamentos e trocas.
2ª E.M.				Incompreensão do conceito de agrupamentos e trocas.
3ª E.M.				Incompreensão do conceito de agrupamentos e trocas. 0perações fund. incorretas.

Quadro 3. Diagnóstico dos erros dos alunos do ensino superior.

Série	Solução Aluno a	Solução Aluno b	Solução Aluno c	Tipo de erro
3º Grau				Incompreensão do conceito de agrupamentos e trocas.

Observamos a reincidência de erros comuns em todas as séries pesquisadas. Isso demonstra procedimentos herdados a partir do início da escolarização, em que a dificuldade de compreensão de conceitos como agrupamento, equivalência e troca, têm dificultado a realização de tarefas. Observamos no gráfico abaixo o conjunto de procedimentos errados.

Há pelo menos duas observações a serem feitas sobre a Questão 1. A primeira refere-se à ausência de cálculos para se chegar ao resultado do problema, a segunda refere-se a procedimentos construídos de forma incorreta, demonstrando dificuldade cognitiva no cálculo.

No quadro abaixo se evidencia o caminho utilizado pelos discentes.

Quadro 4. Análise das respostas dos alunos.

Respostas com cálculos	08
Respostas sem cálculos	16

Observamos a dificuldade que os discentes têm de estruturar os cálculos de forma correta, não há um entendimento da questão algorítmica para realização da tarefa com eficácia.

Essas dificuldades têm se originado na construção de números, bem como no entendimento do sistema de numeração decimal. Observamos que mesmo na etapa final da educação básica, o aluno comete o mesmo tipo de erro, bem como no início da educação superior. O agravante nessa situação decorre do fato de que todos os alunos pesquisados no 3º grau são professores das séries iniciais. Por isso, classificamos nessa etapa os erros cometidos por esses alunos como procedimentais, pois são conceitos que supostamente já foram construídos, tendo que ser aplicado em situações novas.

Situação problema II: Sabendo que o sucessor de 2 é 3, o de 5 é 6 e o de 10 é 11, determine o sucessor do número natural x.

Quadro 5. Diagnóstico dos erros dos alunos do ensino fundamental.

Série	Solução Aluno a	Solução Aluno b	Solução Aluno c	Tipo de erro
5ª E.F.	[illegible]	mão sei	x 3	Generalização de relação
6ª E.F.	x é x	x	[illegible]	Generalização de relação
7ª E.F.	x+1	2	1	Generalização de relação
8ª E.F.	y.	x + 1	**Não respondeu**	Generalização de relação

Quadro 6. Diagnóstico dos erros dos alunos do ensino Médio.

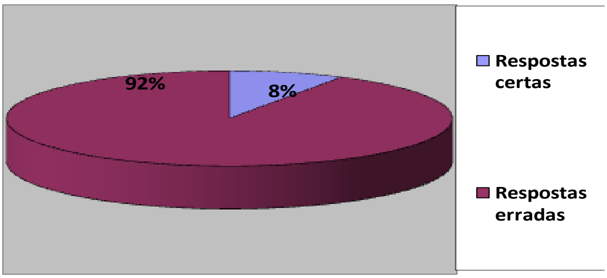
Série	Solução Aluno a	Solução Aluno b	Solução Aluno c	Tipo de erro
1ª EE.M.	= o Sucessor é 2	=2	...ssor é 2	Generalização de relação
2ª E.M.	x é 1.	2 é 13	[illegible]	Generalização de relação
3ª E.M.	x=1	x é 1.	1.	Generalização de relação

Quadro 7. Diagnóstico dos erros dos alunos do ensino Superior.

Série	Solução Aluno a	Solução Aluno b	Solução Aluno c	Tipo de erro
3º Grau	é 2	2x	1x 12	**Generalização de relação**

É um fato evidente a dificuldade que alunos têm em compreender a passagem do campo aritmético para o algébrico. No gráfico observa-se a materialização dessa dificuldade:

Gráfico 1. Porcentagem das respostas construídas pelos alunos



Nesse item, notamos que grande parte dos alunos apresenta dificuldade em abstrair um valor aritmético. Anteriormente descrevemos que a álgebra aparece no cotidiano dos alunos como algo novo, da forma que é aplicada. Não há uma relação entre esses dois conceitos nos trabalhos desenvolvidos em sala de aula.

Segundo Booth (op. cit.) a álgebra não é isolada da aritmética; na verdade é, em muitos aspectos, a aritmética generalizada. O aluno se acostuma sempre a relacionar valores específicos e quando começa a interagir com a álgebra, a preocupação é sempre com o contexto operacional, desenvolvendo, de forma insuficiente, a capacidade de generalizar.

Para Booth (op. cit.), a fonte de toda dificuldade está exatamente na relação entre álgebra e aritmética. Essa preocupação com o conceito de abstração é importante tanto para o pensamento probabilístico, como também o pensamento lógico.

De acordo com Bicudo (2005, p. 219),

> O recurso quase exclusivo às técnicas algébricas, cujo objetivo em Matemática é o de reduzir a linguagem, economizá-la, impede a construção da generalização e das abstrações matemática pelo aluno. A abstração é algo a ser atingido no ensino da Matemática. O uso precoce e exclusivo de tais técnicas, porém, induz comumente o aluno ao automatismo segundo as regras de um jogo, com a não compreensão das operações efetuadas sobre os números e a não apreensão dos significados matemáticos presentes nos problemas que se pretende resolver.

A ciência precisa desse tipo de raciocínio, pois esse não é aplicado apenas no conhecimento lógico matemático, mas em várias áreas do conhecimento, tais como, na física, química, biologia, economia, geografia, entre outras.

5. CONSIDERAÇÔES FINAIS

Este trabalho teve como finalidade fornecer informações aos docentes que lecionam disciplinas relacionadas ao tema em alusão, ao qual foi mostrado que os erros cometidos pelos discentes não é apenas uma simples questão da falta de habilidade do aluno, pois, estes erros desempenham um papel importante no processo de ensino aprendizagem, ou seja, possibilita o avanço dos discentes na construção da sua aprendizagem. Destacamos que o erro só poderá dar solidez ao desenvolvimento cognitivo e intelectual dos discentes se for inseridos num processo dialético e reflexivo.

O caminho por nós percorrido, principalmente no que se refere às análises dos registros escritos de alunos e professores, denuncia claramente a presença de vários obstáculos epistemológicos que se perpetuam ao longo da vida escolar dos alunos, esses obstáculos têm se materializado na prática docente. Através do que foi exposto, observamos que os fins ainda são tratados como prioridades. Dessa forma, um conhecimento construído de forma provisória pelo aluno não é investigado, nem discutido, logo, este se eterniza de forma sacramentada, ou seja, aprende-se errado e procede-se errado.

Percebemos que a escola ainda procura dar privilégio a uma forma arcaica de calcular, este ambiente se destaca em preservar a história de um passado que não se enquadra mais nos dias atuais. Desta forma, notamos que esta instituição não tem dado sentido ao ensino.

Seguindo a mesma temática destacada neste parágrafo, apontamos algumas questões que influenciam diretamente nos erros procedimentais dos alunos, tais como, a falta de um ensino consistente, onde o aluno possa fazer uma reavaliação dos seus erros e refletir sobre os mesmos, o desprezo pelo saber do aluno e pelas ferramentas utilizadas no dia a dia para calcular.

Devemos lembrar que o conhecimento é resultado da ação do aluno sobre o mundo, o que equivale a afirmar que a atividade do aprendiz é indispensável não existindo aprendizagem passiva. A ação pedagógica do professor precisa provocar interagir, discutir, criticar, analisar, enfim, trabalhar as habilidades operatórias.

O professor encontra diversas dificuldades para preservar a criatividade do aluno e encorajá-lo a fazer uso das suas habilidades criativas. Dentre as dificuldades encontradas, podemos destacar o excesso de informações a ser vivenciada em um espaço curto de tempo, a transmissão de informações de forma expositiva, sem estimular o aluno a pensar e a raciocinar, o exagero na ênfase à obediência e atenção, formando um aluno que não critica, não sugere e não questiona e, para finalizar, as baixas expectativas do professor com relação ao aluno, não confiando na capacidade do aluno de ser responsável independente e criativo.

Para encorajar a criatividade do aluno, é necessário que se crie um clima em sala de aula de respeito mútuo, que se estimule à reflexão sobre o que eles gostariam de conhecer melhor através de pesquisas e estudos, que o temor dê lugar ao desejo de arriscar e experimentar, que se estimule o levantamento de questões, elaborarem hipóteses, discordar, avaliar conceitos, idéias e fatos, que se valorize o trabalho do aluno, suas contribuições e idéias, que não se deixe vencer pelas limitações do contexto em que se encontra, mas fazer uso dos próprios recursos criativos para contornar as barreiras e as dificuldades encontradas e que use os recursos mais adequados à manifestação da criatividade, condizente com o que está ensinando no momento

6. REFERÊNCIAS

Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições. Tradução: Luís Antero e Augusto Pinheiro.

Bicudo, Maria, Viggiani, A. (org.). 2005. *Educação Matemática*. São Paulo: Centauro.

Booth, L. R. (1995). *Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra*. In: Coxford, A. F.; Shulte, A. P. (Orgs). As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, p. 26-36. Tradução: Hygino H. Domingues.

Borasi, R. (1985). Brainstorming about errors. *Focus on Learning Problens in Mathematics*. v.7, n. 3, p. 91-103.

Cyrino, Hélio Fernando Ferreira. (2006). *Matemática & Gregos*. Campinas, SP: Átomo.

Cury, Helena Noronha. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica.

D'ambrosio, Ubiratan. (2008). *Uma História Concisa da Matemática no Brasil*. Petrópolis, RJ: Vozes.

Fino, Carlos N. (2001). *Escola da Pena: o emergir de uma cultura "nova"*, in Albano Estrela e Julia Ferreira (Editores), Tecnologias em Educação, estudos e investigações. Lisboa: Universidade de Lisboa.

Oliveira, Maria Marly de (org.). (2009). *CTCA: experiências multi e interdisciplinares no ensino de ciências e matemática*. Recife: Bagaço.

Pinto, N. B. (2000). *O erro como estratégia didática: estudo do erro no ensino da matemática elementar*. Campinas, SP: Papirus.

Usiskin, Z. (1995). *Concepções sobre a Álgebra da Escola Média e utilização de variáveis*. In: Coxford, A. F.; Shulte, A. P. (Orgs). As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, p. 9-22. Tradução: Hygino H. Domingues.